Formulario Cap. 6 – Moti celesti e moti terrestri.

3°legge di Keplero $\boxed{\frac{T^2}{R^3} = kost}$

esercizio: calcolare la distanza media dal sole di un asteroide che ha un periodo di rivoluzione di 20 anni.

$$k_{sole} = \frac{T^2_{terra}}{R^3_{terra}} = \frac{1^2\ anno^2}{1^3\ UA^3} = 1 anno^2 / UA^3$$

(R_{terra} rappresenta il raggio medio dell'orbita terrestre)

$$k_{sole} = \frac{T^2_{asteroide}}{R^3_{asteroide}} = \frac{(20\ anni)^2}{R^3_{asteroide}} = 1\ anno^2 / UA^3 \Rightarrow R_{asteroide} = \sqrt[3]{400 UA^3} = 7,37 UA$$

esercizio: calcolare la distanza media dal sole di Giove sapendo che ha un periodo $T = 3,74 \cdot 10^8 \sec$.

$$k_{sole} = \frac{T^2_{terra}}{R^3_{terra}} = \frac{\left(3,16 \cdot 10^7 \sec\right)^2}{\left(1,49 \cdot 10^{11}\ m\right)^3} = 3,0 \cdot 10^{-19} \sec^2/m^3$$

$$k_{sole} = \frac{T^2_{giove}}{R^3_{giove}} = \frac{(3,74 \cdot 10^8 \sec)^2}{R^3_{giove}} = 3,0 \cdot 10^{-19} \sec^2/m^3 \Rightarrow R_{giove} = \sqrt[3]{\frac{(13,99 \cdot 10^{16} \sec)^2}{3,0 \cdot 10^{-19} \sec^2/m^3}} = \sqrt[3]{466 \cdot 10^{33}\ m^3} = 7,75 \cdot 10^{11}\ m$$

il valore trovato è quasi il valore reale $7,78 \cdot 10^{11}\ m$ la differenza è dovuta ad inevitabili errori di arrotondamento

Legge di gravitazione universale: $\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}}$ costante di Cavendish: $\boxed{G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2 / Kg^2}$

È possibile "stimare" la massa di un corpo celeste eguagliando la forza gravitazione con quella centrifuga, ad esempio nel caso del sole e della terra

la forza gravitazionale vale: $F = G\frac{m_{sole} m_{terra}}{R^2}$

la forza centrifuga vale: $F = m_{terra} a_c = m_{terra}\frac{v^2}{R} = m_{terra}\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2 \frac{1}{R} = m_{terra}\frac{4\pi^2 R}{T^2}$

confrontando si ottiene: $G\frac{m_{sole}\ \cancel{m_{terra}}}{R^2} = \cancel{m_{terra}}\frac{4\pi^2 R}{T^2}$ e semplificando si ha:

$\boxed{m_{sole} = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{R^3_{terra}}{T^2_{terra}}}$ Questa formula può essere utilizzata per stimare la massa di qualsiasi altro corpo celeste conoscendo T e R di un altro corpo celeste che gli orbiti intorno. Ad esempio la massa della terra può essere stimata conoscendo il T e R della luna…

Esercizio: stimare la massa del sole conoscendo $T = 3,16 \cdot 10^7 \sec$ e $R = 1,49 \cdot 10^{11}\ m$ della terra:

$$m_{sole} = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{R^3_{terra}}{T^2_{terra}} = \frac{4\pi^2}{6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2 / Kg^2} \cdot \frac{\left(1,49 \cdot 10^{11}\ m\right)^3}{\left(3,16 \cdot 10^7 \sec\right)^2} = 1,97 \cdot 10^{30}\ Kg$$

Notazione e formule per calcoli sulle orbite ellittiche dei pianeti (cfr. es. 5 e 6 Pag. 6-32)

distanza al Perielio = $a - c$

distanza all'Afelio = $a + c$

Rm dell'orbita = $R_m = a$ infatti: $\frac{(a+c)+(a-c)}{2} = a$

Eccentricità dell'orbita $e = \frac{asse\ \ focale}{asse\ maggiore} = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a}$ si verifichi che $0 < e < 1$