

- 1 Quanti numeri di 3 cifre tutte diverse si possono formare con le 4 cifre 2, 6, 1 e 9? [24]
- 2 Quante parole di quattro lettere, anche prive di significato, si possono comporre con 5 lettere dell'alfabeto in modo che ciascuna lettera vi compaia una sola volta? [120]
- 3 Quanti numeri di due cifre diverse si possono formare con le cifre 3, 4, 6, 7? [12]
- 4 Quante parole di tre lettere, anche prive di significato, si possono comporre con 4 lettere dell'alfabeto senza che nessuna lettera sia ripetuta più di una volta? [24]
- 5 Quanti numeri di 3 cifre tutte diverse si possono formare con le 10 cifre 0, 1, 2, . . . 9? [720]
- 6 Quante parole di tre lettere, anche prive di significato, si possono comporre con le 21 lettere dell'alfabeto senza che nessuna lettera sia ripetuta più di una volta? [7980]
- 7 Quante parole di quattro lettere, anche prive di significato, si possono comporre con le 21 lettere dell'alfabeto senza che nessuna lettera sia ripetuta più di una volta? [143640]
- 8 Si vogliono formare almeno 120 numeri di tre cifre tutte diverse fra loro. Qual è il minor numero di cifre con cui è possibile farlo? [6]
- 9 Devi scegliere quattro operai da una squadra di nove per presidiare un impianto che ha quattro differenti postazioni di lavoro. Ogni postazione deve avere un solo operaio. In quanti differenti modi puoi configurare l'organizzazione degli operai sull'impianto? [3024]
- 10 Devi applicare due differenti targhette sul quadro di comando di una macchina utensile. Il quadro dispone di 5 posti liberi fra i quali puoi liberamente scegliere i due su cui applicare le targhette. Quante possibili differenti soluzioni puoi ottenere? [20]
- 11 Devi applicare due targhette uguali sul quadro di comando di una macchina utensile. Il quadro dispone di 5 posti liberi fra i quali puoi liberamente scegliere i due su cui applicare le targhette. Quante possibili differenti soluzioni puoi ottenere? [10]
- 12 Ad una gara partecipano 15 concorrenti; calcola in quanti modi diversi il gruppo dei primi tre si può presentare all'arrivo. [2730]
- 13 Un elettricista deve collegare 5 fili, dei quali 3 ad una spina e 2 ad un elettrodomestico. Poiché essi non sono colorati o contrassegnati in modo da riconoscere con sicurezza quali sono da collegare con la spina, fra quante possibili terne può scegliere l'elettricista? [60]
- 14 Durante i giochi della gioventù si devono organizzare le batterie per correre i 60 metri piani. Se gli alunni che partecipano alla gara sono 20 e le corsie disponibili per ciascuna batteria sono 6, in quanti modi diversi possono essere formate le batterie dei ragazzi concorrenti? [27907200]
- 15 Quanti numeri di 3 cifre si possono formare con le 4 cifre 2, 6, 1 e 9? [64]
- 16 Quanti numeri di 3 cifre si possono formare con le 10 cifre 0, 1, 2, . . . 9? [1000]
- 17 Quante parole di tre lettere, anche prive di significato, si possono comporre con le 5 lettere dell'alfabeto A, B, C, D, E ? [125]
- 18 Considera l'insieme $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, l\}$; quante coppie di iniziali puoi formare con le lettere di questo insieme? [100]

19 ESERCIZIO GUIDATO

Date le cifre 1, 2, 3, 5, 8, determina:

- quanti numeri di 3 cifre non ripetute si possono formare
- quanti di questi numeri sono pari
- quanti sono minori di 500
- quanti sono divisibili per 5.

Per rispondere alla seconda domanda, devi considerare che i numeri ottenuti, per essere pari, devono avere come ultima cifra 2 oppure 8; allora devi calcolare il numero delle disposizioni di classe 2 che puoi ottenere con le quattro cifre rimanenti e assegnare a ciascuno dei numeri ottenuti come ultima cifra o 2 oppure 8.

Per rispondere alla terza domanda considera che, affinché un numero di quelli richiesti sia minore di 500, esso deve iniziare per 1 o per 2 o per 3; quindi devi calcolare le disposizioni che si possono ottenere con numeri di classe e a questi devi poi anteporre 1, 2, o 3. Per rispondere all'ultima domanda considera che potranno essere divisibili per 5 soltanto i numeri che terminano per, quindi.....

[60, 24, 36, 12]

- 20 Quante parole di tre lettere, anche prive di significato, si possono comporre con le 21 lettere dell'alfabeto italiano? [9261]
- 21 Quante parole, anche prive di significato, si possono comporre con 4 delle 21 lettere dell'alfabeto italiano? [194481]
- 22 Quanti numeri di 4 cifre tutte differenti puoi formare avendo a disposizione le cifre 2, 3, 4, 5? [24]
- 23 Ad una gara ippica partecipano 6 cavalli. Calcola quanti sono i possibili ordini di arrivo. [720]
- 24 Nell'analisi chimica di un miscuglio di fibre si opera generalmente sciogliendo con opportuni reattivi ciascuno dei costituenti, uno dopo l'altro. Con 3 fibre, quante procedure sarebbero teoricamente possibili? [6]
- 25 Nel palio di Siena corrono 10 cavalli e l'ordine con cui si presentano fra i canapi, cioè l'ordine di partenza, è stabilito mediante un'estrazione a sorte. Calcola quanti ordini di partenza diversi sono possibili. [3628800]
- 26 Ludovico deve appendere 5 quadri, allineandoli sulla parete dietro al divano del suo salotto. In quanti modi diversi può disporli? [120]
- 27 Quanti numeri di 6 cifre tutte differenti puoi formare avendo a disposizione le seguenti cifre: 4, 5, 6, 7, 8, 9? [720]
- 28 Quanti numeri di 4 cifre tutte differenti puoi formare avendo a disposizione le seguenti cifre: 1, 2, 3, 4? [24]
- 29 All'ufficio anagrafe di un comune ci sono 5 sportelli per il pubblico e 5 persone che aspettano l'apertura. In quanti modi diversi possono disporsi nell'attesa? [120]
- 30 Si devono installare 5 differenti macchine in una officina. L'officina ha 5 posti su ognuno dei quali è possibile installare una macchina. Quante planimetrie diverse puoi ottenere? [120]
- 31 Un pannello elettrico dispone di 8 possibili punti di comando. Su ognuno di essi si può installare uno ed un solo interruttore. Se si deve costruire il quadro con 8 interruttori differenti, quanti possibili quadri elettrici differenti si possono costruire? [40320]
- 32 Un venditore di motocicli dispone di 7 pedane sulle quali può esporre 7 articoli diversi. Quante diverse configurazioni dell'esposizione può ottenere? [5040]
- 33 Un insegnante ha preparato 9 esercizi diversi da assegnare ad altrettanti alunni. In quanti modi possono essere distribuiti gli esercizi? [362880]
- 34 Quanti sono gli anagrammi, anche privi di significato della parola VIOLA? [120]
- 35 Quante sono le parole (anche prive di significato) che si possono ottenere anagrammando la parola TOVAGLIA? [20160]

36 Quante sono le parole (anche prive di significato) che si possono ottenere anagrammando la parola TAVOLATA? [3360]

37 Calcola quanti sono i possibili anagrammi (anche privi di significato) che si possono ottenere con la parola CONTABILITÀ.

Delle parole ottenute quante cominciano per B? E quante terminano per TÀ?

[4989600, 453600, 181440]

38 Quanti sono gli anagrammi anche privi di significato della parola PELLICCE? [5040]

39 Lanciando una moneta 5 volte, in quanti modi è possibile ottenere "testa" due volte? [10]

COMBINAZIONI

Ricorda che: ■ il numero delle combinazioni semplici di n oggetti di classe k è:

$$C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n(n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!}$$

■ il numero delle combinazioni con ripetizione di n oggetti di classe k è:

$$C_{n,k}^r = \binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1) \cdot \dots \cdot (n+k-1)}{k!}$$

40 Calcola il valore dei seguenti coefficienti binomiali:

a. $\binom{3}{0}$ $\binom{6}{2}$ $\binom{7}{7}$ $\binom{12}{4}$ [1; 15; 1; 495]

b. $\binom{3}{2}$ $\binom{6}{4}$ $\binom{5}{3}$ $\binom{9}{8}$ [3; 15; 10; 9]

41 In quanti modi diversi è possibile scegliere all'interno di una classe di 25 alunni i due rappresentanti di classe?

(Suggerimento: poiché in ogni coppia non è importante l'ordine dei ragazzi che la costituiscono, il numero delle coppie di alunni che si possono ottenere è dato dal numero delle combinazioni semplici che si ottengono con 25 elementi a 2 a 2) [300]

42 Calcola quanti ambi si possono formare con i 90 numeri della tombola. [4005]

43 Ad una classe di 27 ragazzi in gita scolastica, appena arrivata in albergo, si devono assegnare le camere per la notte. Se ogni camera ha 4 letti, in quanti modi diversi può essere fatta l'assegnazione? [17550]

44 Usando i 4 colori blu, giallo, rosso, verde, calcola il numero di magliette a righe di 2 colori diversi, che è possibile produrre. E se le magliette prodotte fossero a righe di tre colori diversi? [6, 4]

45 Calcola in quanti modi diversi l'insegnante di educazione fisica può scegliere 11 alunni in una classe di 28 per formare una squadra di calcio, non tenendo conto del ruolo che ciascun alunno può ricoprire. [21474180]

46 Hai 12 vestiti che devi spedire sistemandoli in appendiabiti che ne contengono 3 ciascuno. Quante sistemazioni diverse puoi ottenere? [220]

47 Se otto amici si sfidano a "braccio di ferro" in modo che ciascuno sfidi tutti gli altri, quanti confronti sono necessari per eleggere il vincitore? [28]

- 48 Al palio di Legnano, una contrada dispone di 6 bandiere e di 10 sbandieratori. In quanti modi diversi possono essere distribuite le bandiere agli sbandieratori? [210]
- 49 Una videoteca ha a disposizione dei clienti 120 cassette, ma non ne presta più di 4 alla volta. Fra quanti possibili lotti di 4 cassette può scegliere un cliente? [8214570]
- 50 Un insieme ha 7 elementi, calcola con l'aiuto del calcolo combinatorio il numero di tutti i suoi sottoinsiemi propri. [126]
- 51 Francesca si reca dal gelataio e compra un cono, sul quale, per la cifra pagata, vengono messe tre palline di gelato di gusti diversi. Se le varietà offerte sono 15, in quanti modi diversi Francesca può ordinare il suo cono? E se Francesca scegliesse anche palline dello stesso tipo? [455, 680]
- 52 Calcola quanti cocktail differenti può preparare il barman di un bar usando una sola dose di tre degli otto liquori che ha a disposizione. E nel caso le dosi fossero doppie o triple ma sempre ottenute usando tre liquori? [56, 120]
- 53 Quante sono le diagonali di un poligono con otto lati? (Suggerimento: considera in quanti modi puoi unire 8 punti a due a due e poi togli.....) [20]
- 54 Se 6 persone si stringono la mano l'una con l'altra, quale sarà il numero totale delle strette di mano? [15]
- 55 In un autobus ci sono 32 posti a sedere e una classe in gita scolastica è composta da 30 allievi. Calcola in quanti modi possono restare liberi due posti. [496]
- 56 Hai 11 differenti pezzi meccanici che devi imballare in scatole contenenti due pezzi ciascuna. Quante possibili differenti scatole puoi ottenere? [55]
- 57 Otto amici decidono di fare un incontro di tennis in modo che ogni giocatore affronti ogni altro giocatore. Quante partite a due vanno giocate? [28]
- 58 Sette giocatori stabiliscono di giocare a coppie contrapposte in modo che ognuno di essi venga a giocare contro tutti gli altri. Ogni partita dura mezz'ora. Quanto tempo occorre per giocare tutte le partite? [10, 5h]

Risolvi i seguenti esercizi applicando le proprietà del calcolo binomiale.

- 59 Completa le seguenti uguaglianze:

a. $\frac{5!}{3!(5-3)!} = \dots$

b. $\binom{7}{2} = \frac{7!}{\dots}$

c. $\binom{8}{6} = \binom{8}{\dots} = \dots$

d. $\binom{10}{3} = \frac{\dots}{3! \dots}$

e. $\binom{3}{2} + \binom{3}{\dots} = \binom{4}{\dots}$

f. $\binom{\dots}{4} + \binom{9}{5} = \binom{10}{5}$

g. $\binom{6}{5} = \binom{6}{4} \cdot \dots$

h. $\frac{5}{3} \cdot \binom{7}{2} = \binom{\dots}{\dots}$

- 60 Sviluppa le potenze indicate:

a. $(x+2)^5$

b. $(2x-1)^6$

c. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^8$