Coefficienti Binomiali

I numeri $\binom{n}{k}$ sono detti "Coefficienti Binomiali"

Per definizione si ha: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ questi numeri si trovano sul **Triangolo di Tartaglia** (Brescia 1499? – Venezia 1557):

riga 0 $\binom{0}{0}$=1 $2^0 = 1$

riga 1 $\binom{1}{0}$=1 $\binom{1}{1}$=1 $2^1 = 2$

riga 2 $\binom{2}{0}$=1 $\binom{2}{1}$=2 $\binom{2}{2}$=1 $2^2 = 4$

riga 3 $\binom{3}{0}$=1 $\binom{3}{1}$=3 $\binom{3}{2}$=3 $\binom{3}{3}$=1 $2^3 = 8$

riga 4 $\binom{4}{0}$=1 $\binom{4}{1}$=4 $\binom{4}{2}$=6 $\binom{4}{3}$=4 $\binom{4}{4}$=1 $2^4 = 16$

riga 5 $\binom{5}{0}$=1 $\binom{5}{1}$=5 $\binom{5}{2}$=10 $\binom{5}{3}$=10 $\binom{5}{4}$=5 $\binom{5}{5}$=1 $2^5 = 32$

riga 6 1 6 15 20 15 6 1 $2^6 = 64$

Si osservi che:
1) Ogni numero è la somma dei due numeri che lo sovrastano

2) La somma dei numeri che si trovano sulla riga n-esima, fornisce il valore di 2^n

3) per convenzione 0!=1 in modo che agli estremi di ogni riga ci sia sempre 1: $\binom{n}{0} = \frac{n!}{0!(n-0)!} = 1$ e $\binom{n}{n} = \frac{n!}{n!(n-n)!} = 1$

4) I numeri $\binom{n}{k}$ sono detti "Coefficienti Binomiali" in quanto forniscono i coefficienti dello sviluppo delle potenze di un binomio:

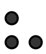
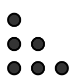
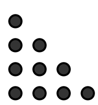
ad esempio lo sviluppo della quarta potenze dal binomio (a+b) è:

$$(A+B)^4 = A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + 4AB^3 + B^4$$

$$(A+B)^4 = \binom{4}{0}A^4 + \binom{4}{1}A^3B + \binom{4}{2}A^2B^2 + \binom{4}{3}AB^3 + \binom{4}{4}B^4$$

Newton ha fornito la formula sintetica generale: $\left(a+b\right)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$

5) sulla terza diagonale si trovano numeri del tipo $\binom{n}{2}$ sono il numero di modi diversi in cui si possono scegliere 2 persone da un gruppo di n persone. Tali numeri sono anche detti numeri "***triangolari***" perché forniscono il numero di "palline" necessarie a costruire un triangolo di n palline.

$\binom{2}{2}$=1  $\binom{3}{2}$=3  $\binom{4}{2}$=6  $\binom{5}{2}$=10 

6) sulla quarta diagonale si trovano numeri del tipo $\binom{n}{3}$ sono il numero di modi diversi in cui si possono scegliere 3 persone da un gruppo di n persone; e così anche per le diagonali successive.