SCOMPOSIZIONE DI POLINOMI

Nome: ______________________ data: __________

Scomporre un polinomio significa scriverlo nel prodotto di più polinomi irriducibili di grado inferiore.
Il grado di un monomio si calcola sommando tutti gli esponenti della parte letterale
Il grado di un polinomio è uguale al massimo grado dei suoi termini
Non sempre è possibile scomporre un polinomio (allora il polinomio è detto *irriducibile*).
Non esiste un metodo unico per scomporre i polinomi: occorre fantasia, esperienza e fare molti esercizi.

1) Raccoglimento a fattor comune:
   a) $6x^2y+4xy^2-2x^2y^2+2xy = 2xy(3x+2y-xy+1)$
   b) $(x+y)^2-8y(x+y)+(x+y) = (x+y)[(x+y)-8y+1]$ (si può raccogliere a fattor comune anche un polinomio)
   c) $(2x-y)+6x(y-2x)=(2x-y)-6x(-y+2x)=(2x-y)\cdot(1-6x)$ (occorre cambiar segno al secondo polinomio)
2) Raccoglimenti successivi a fattor comune:
   d) $3x^2-3xy^2-x^3+x^2y^2-x^4+x^3y^2 = x(3x-3y^2-x^2+xy^2-x^3+x^2y^2) =$
   $x[3(x-y^2)-x(x-y^2)-x^2(x-y^2)] = x(x-y^2)[3-x-x^2]$

3) Scomposizione mediante prodotti notevoli:

$$A^2-B^2=(A+B)\cdot(A-B)$$
$$A^2+2AB+B^2=(A+B)^2$$
$$A^2+B^2+C^2+2AB+2AC+2BC=(A+B+C)^2$$
$$A^3+3A^2B+3AB^2+B^3=(A+B)^3$$
$$A^3+B^3=(A+B)(A^2-AB+B^2)$$
$$A^3-B^3=(A-B)(A^2+AB+B^2)$$

Talvolta si devono applicare più tecniche nello stesso esercizio:

   e) $9x^2-6x+1-y^2=(3x-1)^2-y^2=(3x-1+y)(3x-1-y)$ (prima quadrato di binomio poi differenza di quadrati)
   f) $-x^3-x^{11}+2x^7=-x^3\left(1+x^8-2x^4\right)=-x^3\left(1-x^4\right)^2=-x^3\left[\left(1+x^2\right)\left(1-x^2\right)\right]^2=-x^3\left(1+x^2\right)^2(1+x)^2(1-x)^2$
   (prima raccoglimento totale poi quadrato di binomio poi differenza di quadrati due volte)
4) Scomposizione di un trinomio notevole: $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$
   g) $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

5) Scomposizione con la regola di Ruffini:

   in un polinomio a coefficienti interi, gli eventuali zeri razionali vanno cercati fra i numeri di tipo $\pm p/q$, dove *p* è un divisore intero del termine noto e *q* è un divisore intero del coefficiente del termine di grado massimo.

   h) $P(x)=x^3-2x^2-5x+6$. I divisori interi del termine noto sono: $\pm1;\pm2;\pm3;\pm6;$, si verifichi quali tra questi costituiscono degli zeri per il polinomio:
   $P(1)=1-2-5+6=0$ → 1 è uno zero razionale del polinomio
   $P(-1)=-1-2+5+6\neq0$
   $P(2)=8-8-10+6\neq0$
   $P(-2)=-8-8+10+6=0$ → -2 è uno zero razionale del polinomio
   Quindi il monomio è divisibile per $(x-1)$ e $(x+2)$
   Si applica la regola di Ruffini per due volte:

	1	−2	−5	6
1		1	−1	−6
	1	−1	−6	0
−2		−2	+6	
	1	−3	0	

   il polinomio fattorizzato è: $(x-1)(x+2)(x-3)$